

問 1 . ロドリゲスの公式から $P_l(x)$ を求め次に示すルジャンドル陪関数を用いて $l=0$ から 3 までの $P_l^{(m)}(x)$ を求めよ。

$$P_l^{(m)}(x) = (1-x^2)^{|m|/2} \frac{d^{|m|}}{dx^{|m|}} P_l(x)$$

また次の循環式が成り立つことをチェックせよ。

$$(2l+1)x P_l^{(m)}(x) = (l-|m|+1) P_{l+1}^{(m)}(x) + (l+|m|) P_{l-1}^{(m)}(x)$$

問 2 . ロドリゲスの公式から次の関係が成り立つことを示せ。

$$(2l+1) P_l(x) = \frac{d}{dx} (P_{l+1}(x) - P_{l-1}(x)) \quad \text{及び}$$

$$(l+1) P_l(x) = \frac{d}{dx} P_{l+1}(x) - x \frac{d}{dx} P_l(x)$$

問 3 . $P_l(x)$ の直交性を求めたと同じようにして $P_l^{(m)}(x)$ の直交性を示しなさい。 $m > 0$ として解きなさい。