宿題８　　　　　　　　　　　　　　　提出期限　６月１１日

問１．エルミート多項式の循環式は次の関係式を持つ

$$\frac{d\,H_v(\xi)}{d\xi} = 2\xi\,H_v(\xi) - H_{v+1}(\xi)$$

$$H_{v+1}(\xi) - 2\xi\,H_v(\xi) + 2v\,H_{v-1}(\xi) = 0$$

振動の量子数$v = 1,\ 2,\ 3$ についてそれぞれ上の関係式を検証せよ。

問２．問１のエルミート多項式の循環式を用いて、$< \hat{p}_x > = 0$ および

$< \hat{p}_x{}^2 > = \hbar(\mu k)^{1/2}\left(v + \frac{1}{2}\right)$ を証明せよ。

問３．問１の関係式を用いて調和振動子の波動関数について

$$(\psi_v,\ x\psi_w) = \begin{cases} \sqrt{2(w+1)}\,/\,2\alpha^{1/2} & v = w+1 \\ \sqrt{2w}\,/\,2\alpha^{1/2} & v = w-1 \\ 0 & v \neq w \pm 1 \end{cases}$$

が成り立つことを示せ。

$(\psi_v,\ \hat{p}_x\,\psi_w)$ についても同様な関係を求めよ。